

Zasada pudełkowania Dirichleta i zasada włączania-wyłączania

1. Udowodnij, że wśród dowolnych 55 (49) różnych liczb dwucyfrowych znajdują się 4 o tej samej sumie cyfr.
2. Udowodnij, że wśród dowolnych $n + 2$ liczb całkowitych są dwie, których suma lub różnica jest podzielna przez $2n$.
3. Na płaszczyźnie narysowano kwadrat o boku 1 i wybrano w nim 51 punktów. Udowodnij, że wśród tych punktów istnieją pewne trzy, które leżą w kwadracie o polu $\frac{1}{25}$.
4. Ile jest permutacji liter MATEMATYKA DYSKRETNA, które zawierają co najmniej jedno ze słów KAMYK, MASA lub TAMTE?
5. Mamy do dyspozycji banany, jabłka i gruszki. Ile różnych koszy 12 owoców można utworzyć, jeśli w koszu muszą się znaleźć co najmniej trzy banany, nie więcej niż trzy gruszki oraz nie więcej niż cztery jabłka?